

Prof. Dr.-Ing. Peter Marx, Berlin, Okt. 2013

**Berechnung der Energie, die ein durchschnittliches E-Auto auf ebener Strecke für  $s = 100$  km bei  $v = 100$  km/h zur Überwindung des Luft- und Rollwiderstandes benötigt.**

Die Luftwiderstandskraft  $F_L$  lässt sich einfach berechnen:

**Beispiel Renault ZOE:**

Breite = 1,56 m, Höhe = 1,40 m //  $A = 2,184 \text{ m}^2$

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_w$$

$\rho$  (Rho): Dichte der Luft (ca  $1,2 \text{ kg/m}^3$  bei  $20^\circ\text{C}$  (ISA Standardatmosphäre)

$c_w$ : form- und oberflächenabhängiger Beiwert, der vereinfacht gesagt die aerodynamische Güte beschreibt (PKW heutzutage ca. 0,3)

$v$ : Fahrzeuggeschwindigkeit

$A$ : Stirnfläche (Projektionsfläche in Fahrtrichtung, also grob Breite mal Höhe)

$$F_L = 0,5 \cdot 2,184 \text{ m}^2 \cdot 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot (100 \text{ km/h})^2 \cdot 0,3$$

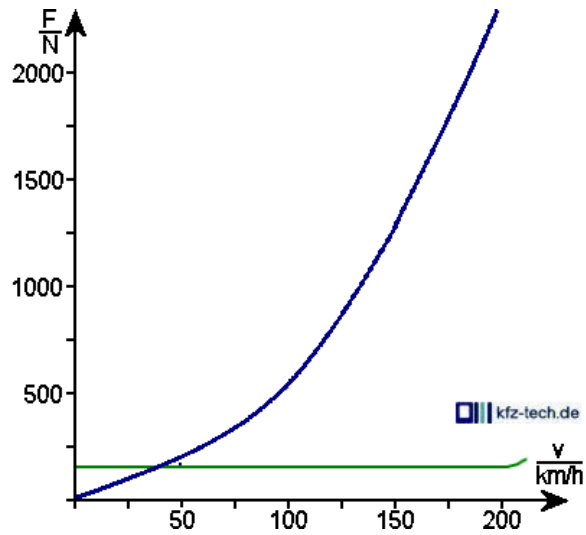
mit  $1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ kg m}^2 / \text{s}^2$  erhält man

$$F_L = 0,393 \text{ kg/m} \cdot 10^{10} \text{ m}^2 / (12,96 \cdot 10^6 \text{ s}^2) = 303 \text{ kg m} / \text{s}^2 = \mathbf{303 \text{ N}}$$

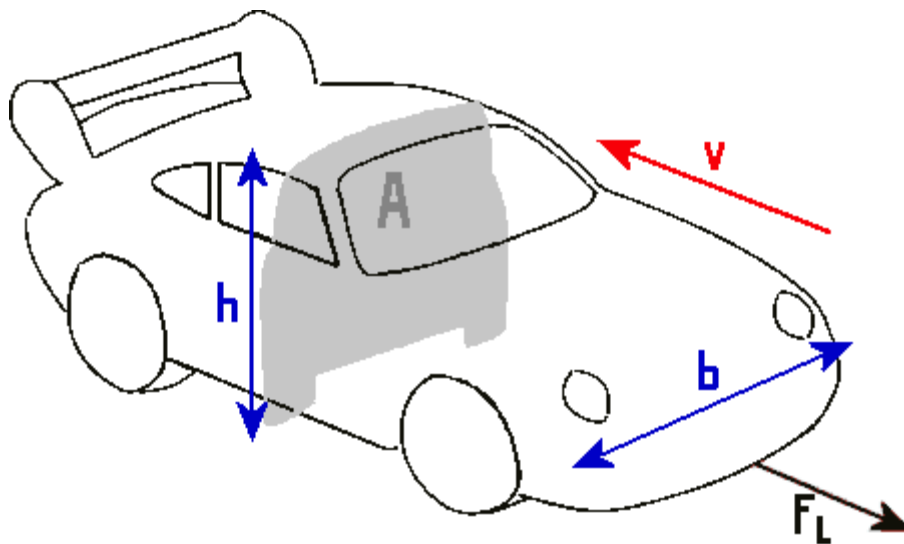
Dieser Wert gilt für ruhende Luft.  $F_L$  ändert sich mit der Windgeschwindigkeit und Windrichtung, d.h.  $F_L$  kann größer (Gegenwind) oder kleiner (Rückenwind) werden.

Die Luftdichte ist auch zu beachten, in Meereshöhe ist  $F_L$  höher als im Hochgebirge.

Bei 50 km/h beträgt die Luftwiderstandskraft  $F_L$  wg. der quadratischen Abhängigkeit von  $v$  nur ein Viertel, d.h.  $F_L = \mathbf{76 \text{ N}}$



Quadratische Zunahme des Luftwiderstands  $F_L$  mit der Geschwindigkeit  $v$   
 Grüne Linie = konstanter Rollwiderstand



Fahrzeug	Querschnittsfläche	$c_w$ -Wert	Luftwiderstand bei 100 km/h
Motorrad verkleidet	0,79 m <sup>2</sup>	0,57	224 N
Motorrad unverkleidet	0,81 m <sup>2</sup>	0,63	254 N
Kleinwagen	1,80 m <sup>2</sup>	0,32	287 N
Mittelklasse	2,00 m <sup>2</sup>	0,28	279 N

Den größten Einfluss auf den Luftwiderstand hat die Fahr- oder Luftgeschwindigkeit. Mit weitem Abstand folgen der Wert für die Form ( $c_w$ ) und der größte Querschnitt. Noch weniger stark hängt der Luftwiderstand von der Luftdichte ab. Lässt sich die Querschnittsfläche nicht einwandfrei bestimmen, so kann man sie durch eine Faustformel aus Höhe und Breite bestimmen.

$$A \approx 0,8 \cdot b \cdot h$$

### Rollwiderstandskraft

Durch die Verformung beim Abrollen wird die Kontaktkraft zwischen Körper und Unterlage asymmetrisch (Fig.1). Der Ersatz der Kontaktkräfte durch statisch äquivalente Einzelkräfte ergibt eine Normalkraft  $F_N$ , welche um die Strecke  $d$  nach vorne verschoben ist, und eine Reibungskraft  $F_R$  entgegen der Bewegungsrichtung (Fig.2).

Aus den Gleichgewichtsbedingungen folgt für Rollen bei konstanter Geschwindigkeit

$$F_R = \frac{d}{R} \cdot F_N$$

Der Quotient  $\frac{d}{R}$  ist der *Rollwiderstandskoeffizient*  $c_R$

(veraltet auch: *Rollwiderstandsbeiwert*, *Rollreibungbeiwert*):

$$c_R = \frac{d}{R}$$

Damit bekommt der Ausdruck für die Rollreibung  $F_R$  die Form

$$F_R = c_R \cdot F_N$$

Der Rollwiderstandskoeffizient ist eine dimensionslose (einheitenfreie) Zahl, die von Materialeigenschaften und Geometrie des abrollenden Körpers abhängt (Bei Reifen stark vom Luftdruck). Typische Zahlenwerte des Rollwiderstandskoeffizienten liegen um ein bis über zwei Größenordnungen unter denen des Gleitreibungskoeffizienten.

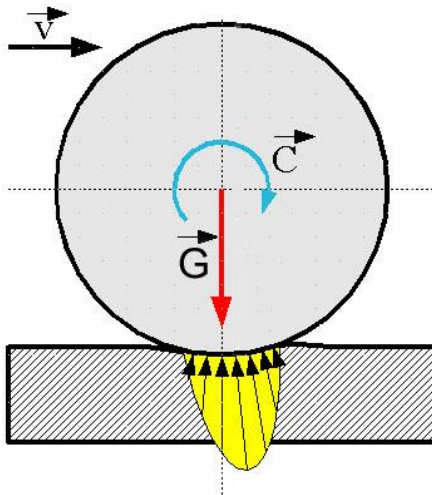


Fig. 1 Asymmetrische Kontaktkraft

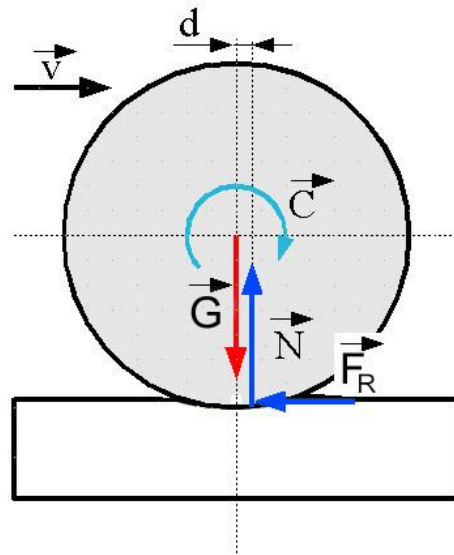


Fig. 2 Kräfte während des Rollens

### Typische Rollwiderstandskoeffizienten $c_R$

$c_R$	Wälzkörper/Wälzkörperbahn
0,0005–0,001	<a href="#">Kugellager</a> , Kugel und Lager aus <a href="#">gehärtetem Stahl</a> <sup>4</sup>
0,001–0,002	<a href="#">Eisenbahnrad</a> auf Schiene <sup>1</sup>
0,015–0,02	<a href="#">Motorradreifen</a> auf <a href="#">Asphalt</a>
0,006–0,010	<a href="#">Autoreifen</a> auf Asphalt, Lkw
0,011–0,015	Autoreifen auf Asphalt, Pkw
0,01–0,02	Autoreifen auf <a href="#">Beton</a> <sup>2</sup>
0,020	Autoreifen auf <a href="#">Schotter</a>
0,015–0,03	Autoreifen auf <a href="#">Kopfsteinpflaster</a> <sup>2</sup>

0,03–0,06	Autoreifen auf <a href="#">Schlaglochstrecke</a> <sup>2</sup>
0,045	<a href="#">Verbinderkette</a> (Raupefahrwerk, Leopard 2) auf fester Fahrbahn
0,050	Autoreifen auf <a href="#">Erdweg</a>
0,04–0,08	Autoreifen auf festgefahrem <a href="#">Sand</a> <sup>2</sup>
0,035–0,08	<a href="#">Gurtband</a> (Raupefahrwerk, Caterpillar Challenger und John Deere 8000T) auf Asphalt
0,2–0,4	Autoreifen auf losem Sand <sup>2/3</sup>

1

### Beispiel: Renault ZOE

Zul. Gesamtmasse = 1943 kg

$$F_N = m \cdot g = 1943 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 19061 \text{ kg m/s}^2 = 19061 \text{ N}$$

0,011–0,015	Autoreifen auf Asphalt, Pkw
-------------	-----------------------------

$$F_R = c_R \cdot F_N = 0,013 \cdot 19061 \text{ N} = 248 \text{ N}$$

Beim Renault ZOE wird bei 100 km/h für die Überwindung des Luftwiderstands eine Kraft von etwa  $F_L = 303 \text{ N}$  und zur Überwindung des Rollwiderstands (bei maximaler Zuladung) eine Kraft von  $F_R = 248 \text{ N}$  benötigt, insgesamt also 551 N.

Die benötigte Energie (Arbeit) die das E-Auto ZOE auf ebener Strecke für

$s = 100 \text{ km}$  bei  $v = 100 \text{ km/h}$  zur Überwindung des Luft- und Rollwiderstandes benötigt ist also:

$$E = \text{Kraft} \times \text{Weg} = F \times s = 551 \text{ N} \times 100 \text{ km}$$

$$E = 5,51 \times 10^7 \text{ Nm} = 5,51 \times 10^7 \text{ Ws} = \mathbf{15,3 \text{ kWh}}$$

Beim Renault ZOE wird bei **50 km/h (Stadtverkehr)** für die Überwindung des Luftwiderstands eine Kraft von etwa  $F_L = 76 \text{ N}$  und zur Überwindung des Rollwiderstands (bei maximaler Zuladung) eine Kraft von  $F_L = 248 \text{ N}$  benötigt, insgesamt also  $324 \text{ N}$ .

Die benötigte Energie (Arbeit) die das E-Auto ZOE auf ebener Strecke für  $s = 100 \text{ km}$  bei  $v = 50 \text{ km/h}$  zur Überwindung des Luft- und Rollwiderstandes benötigt ist also:

$$E = \text{Kraft} \times \text{Weg} = F \times s = 324 \text{ N} \times 100 \text{ km}$$

$$E = 3,24 \times 10^7 \text{ Nm} = 3,24 \times 10^7 \text{ Ws} = \mathbf{9 \text{ kWh}}$$

**Die Stromkosten betragen für 100 km also nur  $9 \times 0,25 \text{ €} = 2,25 \text{ €}$**

Nicht berücksichtigt sind Verluste im elektrischen Antriebsstrang, d.h. die Batterie muss noch eine etwas höhere Energie liefern, geschätzt ca. 5 % mehr.

Zum Vergleich:

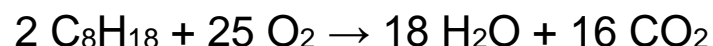
1 Liter Benzin entspricht 8,8 kWh

1 Liter Diesel entspricht 9,9 kWh

Der Wirkungsgrad von Verbrennungsmotoren ist sehr viel geringer als der von Elektromotoren, deshalb verbrauchen selbst sehr sparsame herkömmliche Autos mehr als 4 Liter Kraftstoff für 100 km!

### CO<sub>2</sub>-Emissionen bei der Kraftstoffverbrennung

Ein Kraftstoff-Luft-Gemisch wird im Brennraum des Motors entzündet und verbrannt und mit Hilfe des daraus resultierenden Druckanstiegs mechanische Arbeit verrichtet. Die dabei stattfindende Verbrennung lässt sich beispielsweise für einen Benzinmotor mit folgender (stark vereinfachten) chemischen Reaktionsgleichung beschreiben:



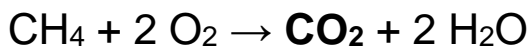
Sie besagt, dass Oktan ( $\text{C}_8\text{H}_{18}$ ) und Sauerstoff ( $\text{O}_2$ ) zu Wasser ( $\text{H}_2\text{O}$ ) und Kohlenstoffdioxid ( $\text{CO}_2$ ) verbrennen.

Mit diesen Reaktionsgleichungen lässt sich aus dem durchschnittlichen Kraftstoffverbrauch eines Fahrzeugs der zugehörige  $\text{CO}_2$ -Ausstoß berechnen.

1 Liter Benzin verbrennt zu	<b>2,33</b> Kilogramm CO <sub>2</sub>
1 Liter Diesel verbrennt zu	<b>2,64</b> Kilogramm CO <sub>2</sub>
1 Liter Autogas verbrennt zu	<b>1,64</b> Kilogramm CO <sub>2</sub>

### CO<sub>2</sub> – Emissionen von Erdgas

Erdgas ist ein einfacher Kohlenwasserstoff mit der Formel CH<sub>4</sub> (Methan) und verbrennt nach folgender Gleichung:



1 m<sup>3</sup> H-Erdgas setzt 2,4 kg CO<sub>2</sub> frei  
 1 kg Erdgas verbrennt zu **2,79** Kg CO<sub>2</sub>

### Benzinkosten für einen Mittelklassewagen mit Verbrennungsmotor für 100 km:

ca. 7 Liter Benzin x 1,60 € = **11,20 €** mit steigender Tendenz!

Elektro-Mittelklassewagen: ca. 15 kWh x 0,25 € = **3,75 €**

Der Energieinhalt von 1 Liter Benzin = 10 kWh

**Hinweis:** Der Wirkungsgrad von E-Motoren liegt bei ca. 90 %  
 der Wirkungsgrad des Verbrennungsmotors nur bei etwa 25%

### Reichweitenvergleich:

Ein Mittelklasse-Fahrzeug mit 500 km Reichweite benötigt rd.

43 kg Dieselkraftstoff

15 kg Wasserstoff (flüssig)

1000 kg Lithium-Ionen-Batterie

Der Grund hierfür liegt im unterschiedlichen Energieinhalt:

Diesel: 11,8 kWh / kg

Wasserstoff: 33 kWh / kg

Li-Ion-Batt.: 0,13 kWh / kg

**Hinweis:**

Zur Verbrennung von 1 kg Super-Benzin werden 15 kg Sauerstoff benötigt.

Hieraus wird deutlich, weshalb ein Auto mit etwa 60 Liter Benzin ca. 800 km fahren kann, denn der rd. 15-fache Anteil des zur Verbrennung nötigen Sauerstoffs wird beim Fahren laufend der angesaugten Luft entnommen, beim Elektroauto muss dagegen die gesamte Energie in der Batterie mitgeführt werden, weshalb sie z.Z. so groß und schwer ist.